

Ispitivanje osobina kvadratne funkcije

Domen

Domen kvadratne funkcije je čitav skup $\mathbb{R}$.

Nule funkcije

Nule funkcije su realne vrednosti promenljive x za koje je vrednost funkcije y jednaka nuli.

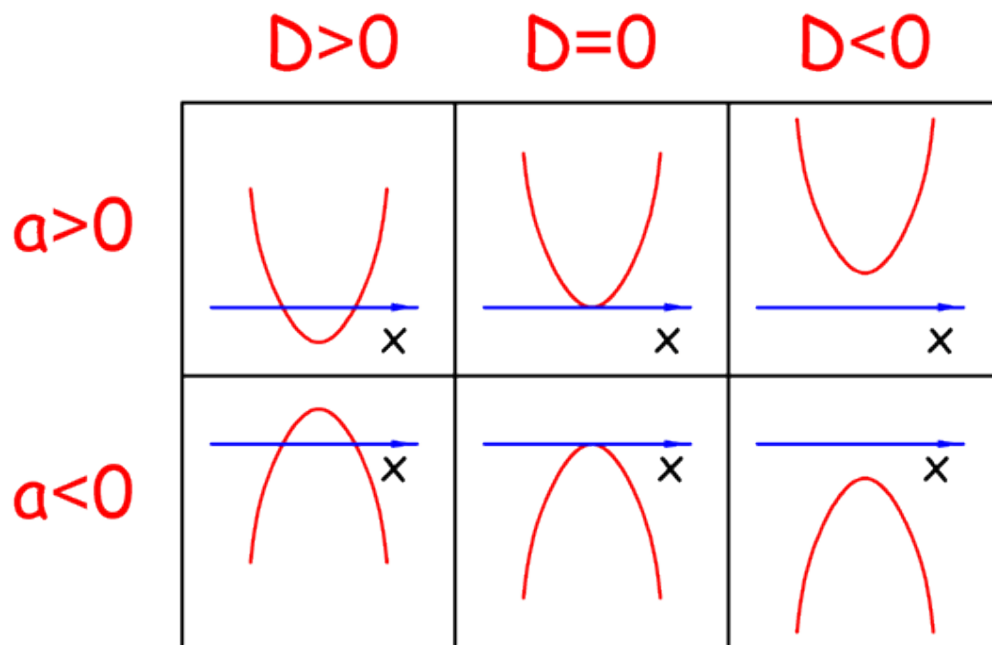
$$y = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$$

Broj nula funkcije zavisi od vrednosti diskriminante $D = b^2 - 4ac$.

Ako je $D > 0$ imaćemo dve nule $(x_1, 0)$ i $(x_2, 0)$, pri čemu je $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.
(parabola seče x-osu u tačkama x_1, x_2)

Ako je $D = 0$ imaćemo jednu nulu $(x_1, 0)$, pri čemu je $x_1 = \frac{-b}{2a}$.
(parabola tangira(dodiruje) x-osu u tački x_1)

Ako je $D < 0$ nema realnih nula.
(parabola nema dodirnih ni presečnih tačaka sa x-osom)



Presek sa y-osom

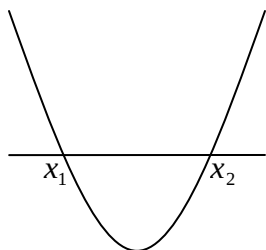
Za vrednost $x = 0$ funkcija $y = ax^2 + bx + c$ ima vrednost $= c$. U koordinatnom sistemu to će biti tačka sa koordinatama $(0, c)$.

Znak funkcije

Kada određujemo znak funkcije posmatramo za koje vrednosti nezavisno promenljive x su vrednosti funkcije pozitivne, a za koje negativne. Tj. za koje vrednosti je grafik iznad x-ose, a za koje ispod. Očito je da, znak funkcije zavisi i od oblika funkcije i od broja nula funkcije. Razlikujemo sledeće slučajeve:

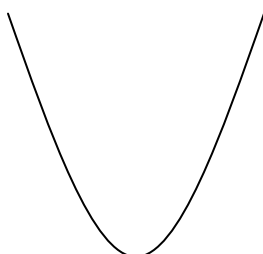
$a > 0$

$$D > 0$$



$$y < 0 \text{ za } x \in (x_1, x_2)$$
$$y > 0 \text{ za } x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$$

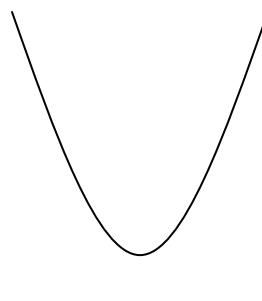
$$D = 0$$



$$x_1 = x_2$$

$$y > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{x_1\}$$

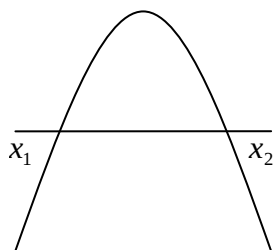
$$D < 0$$



$$y > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$a < 0$

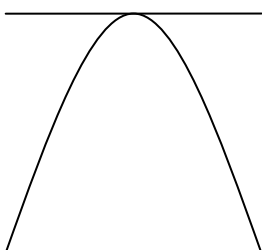
$$D > 0$$



$$y > 0 \text{ za } x \in (x_1, x_2)$$
$$y < 0 \text{ za } x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$$

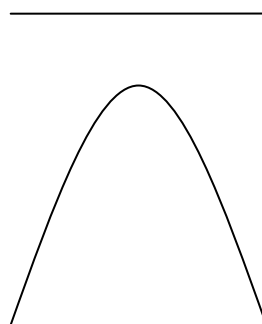
$$D = 0$$

$$x_1 = x_2$$



$$y < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{x_1\}$$

$$D < 0$$



$$y < 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Ekstremne vrednosti

Primitili smo da kvadratna funkcija ima dva oblika:

1. oblik „nasmеšene” funkcije tj. funkcija ima minimalnu vrednost, i
2. oblik „tužne” funkcije, tj. funkcija ima maksimalnu vrednost.

Oblik funkcije zavisi od vrednosti kvadratnog koeficijenta a , a tačka koja predstavlja minimalnu tj. maksimalnu vrednost funkcije je teme funkcije.

$$a > 0 \Rightarrow T_{min}(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$$

$$a < 0 \Rightarrow T_{max}(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$$

Monotonost(tok) funkcije

Kao i kod ekstremnih vrednosti, monotonost funkcije zavisi od oblika funkcije.

	funkcija raste $y \nearrow$	funkcija opada $y \searrow$
$a > 0$	$x \in (-\frac{b}{2a}, +\infty)$	$x \in (-\infty, -\frac{b}{2a})$
$a < 0$	$x \in (-\infty, -\frac{b}{2a})$	$x \in (-\frac{b}{2a}, +\infty)$